

Allgemeine Hinweise zur Darstellung der Lösungen:

Bei der Darstellung der Lösungen müssen für alle Teilaufgaben grundsätzlich der Lösungsansatz (je nach Aufgabenstellung die Sachaussage und/oder die mathematische Formel) notiert und die Wahl begründet werden. Darüber hinaus sind wesentliche Entscheidungen bei der Aufgabenlösung zu erläutern bzw. zu begründen und wesentliche Rechenschritte zu dokumentieren. Die ausschließliche Angabe des richtigen Rechenergebnisses einer Teilaufgabe führt nicht zu Bewertungspunkten.

Aufgabenstellung:

Gegeben sind die Funktionen f und g mit $f(x) = 2x \cdot e^{2-x}$ und $g(x) = x^2 \cdot e^{2-x}$, $x \in \mathbb{R}$. In der Zeichnung sind die zugehörigen Funktionsgraphen $G(f)$ und $G(g)$ dargestellt.

- a) Begründen Sie, dass $G(f)$ der Graph von f und $G(g)$ der Graph von g ist.

Untersuchen Sie, ob der Hochpunkt von $G(g)$ und der Wendepunkt von $G(f)$ zusammenfallen.

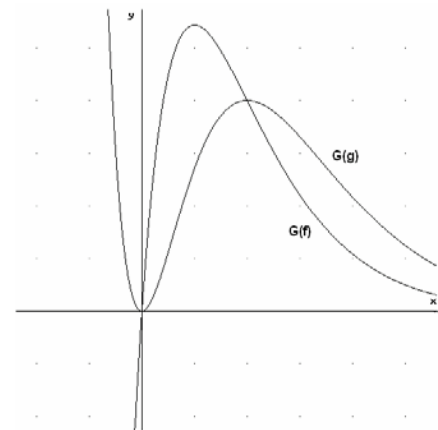
(16 Punkte)

- b) Die Gerade $x = u$ mit $u > 2$ schneidet den Graphen von f im Punkt P und den Graphen von g im Punkt Q . O bezeichne den Koordinatenursprung.

Für welchen Wert von u ist der Flächeninhalt des Dreiecks OPQ am größten?

Beschreiben Sie Ihren Lösungsansatz zur Flächenberechnung, und bestimmen Sie den gesuchten Wert von u .

(14 Punkte)



- c) Im Fernsehen beginnt um 20.15 Uhr eine Sendung zu Gunsten einer Wohltätigkeitsaktion, in deren Verlauf die Zuschauer per Anruf einen Spendenbeitrag leisten können. Die innerhalb der vorhergehenden Minute eingegangenen Anrufe werden im Minutentakt zum Zeitpunkt t (t in Minuten) nach Start der Sendung registriert. Diese Anrufrate $h(t)$ (Anzahl der Anrufe pro Minute) lässt sich näherungsweise beschreiben durch $h(t) = \frac{t}{3} \cdot e^{2-\frac{t}{60}}$.

- (1) Geben Sie an, wie der Graph zu $h: t \rightarrow h(t)$, $t \in \mathbb{R}_0^+$ aus einem der beiden Graphen $G(f)$ oder $G(g)$ in a) entsteht.

Zeigen Sie, dass die Funktion H mit $H(t) = -20 \cdot (t + 60) \cdot e^{2 - \frac{t}{60}}$, $t \in \mathbb{R}_0^+$ eine Stammfunktion zu h ist.

- (2) Berechnen Sie die registrierten Anrufraten um 21.15 Uhr und um Mitternacht.

Ermitteln Sie die Anzahl aller registrierten Anrufe bis Mitternacht.

- (3) Berechnen Sie $\lim_{z \rightarrow \infty} \int_0^z h(t) dt$ und interpretieren Sie diesen Grenzwert hinsichtlich seiner Bedeutung in der Problemstellung.

Beurteilen Sie für diesen Aspekt die Brauchbarkeit der durch die Funktion h erfolgten Modellbildung für die reale Situation.

(20 Punkte)

Anmerkungen:

./.

Hilfsmittel:

- Wissenschaftlicher Taschenrechner (ohne oder mit Grafikfähigkeit)
- Mathematische Formelsammlung
- Deutsches Wörterbuch

Hinweis zur Aufgabenauswahl:

./.

Bearbeitungszeit einschließlich Auswahlzeit:

90 Minuten