

entsprechend der Lösungsqualität jeweils tatsächlich erreichten Punktwert für die Teilleistung in der Bandbreite von 0 bis zur vorgegebenen Höchstpunktzahl ein. Sie ordnet der erreichten Gesamtpunktzahl ein Noturteil zu, das ggf. gem. § 13 Abs. 6 APO-GOST abschließend abzusenken ist.

### 6.2.1 Modelllösungen I. Teilaufgabe

Lösungsskizze	
a	<p><math>g(x) \geq 0</math> für alle <math>x \in \mathbb{R}</math>, also gehört <math>G(g)</math> zu <math>g</math> und demnach <math>G(f)</math> zu <math>f</math>. (Alternative Begründungen: Vergleich des Verhaltens im Unendlichen oder Lage der Punkte für kleine positive <math>x</math>-Werte, ...)</p> <p><math>f'(x) = e^{2-x} \cdot (2 - 2x)</math>  <math>f''(x) = e^{2-x} \cdot (2x - 4)</math>  <math>f'''(x) = e^{2-x} \cdot (6 - 2x)</math></p> <p><math>g'(x) = e^{2-x} \cdot (2x - x^2)</math>  <math>g''(x) = e^{2-x} \cdot (x^2 - 4x + 2)</math></p> <p><math>f''(x) = 0 \Leftrightarrow x = 2 \quad f'''(2) \neq 0 \quad f(2) = 4 \quad \text{WP } (2   4)</math>  <math>g'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 0 \vee x = 2; \quad g''(2) = -2 \quad g(2) = 4 \quad \text{HP } (2   4)</math>  Die beiden Punkte fallen zusammen.</p>
b	<p>Der gesuchte Flächeninhalt <math>A(u)</math> lässt sich berechnen als Differenz der beiden Dreiecksflächeninhalte: <math>A_g - A_f</math> mit <math>A_g = \frac{u \cdot g(u)}{2}</math> und <math>A_f = \frac{u \cdot f(u)}{2}</math></p> <p>(Alternative: stumpfwinkliges Dreieck mit Grundseite <math>g = g(u) - f(u)</math> und Höhe <math>h = u</math>)</p> <p>Also <math>A(u) = e^{2-u} \cdot \left(\frac{u^3}{2} - u^2\right) \Rightarrow A'(u) = e^{2-u} \cdot \left(-\frac{u^3}{2} + \frac{5}{2}u^2 - 2u\right)</math></p> <p><math>A'(u) = 0 \Leftrightarrow u^3 - 5u^2 + 4u = 0 \Leftrightarrow u = 0 \vee u = 1 \vee u = 4</math></p> <p><math>A'(3) &gt; 0 \wedge A'(5) &lt; 0</math> ( +/- Vorzeichenwechsel von <math>A'</math>). Das gesuchte Maximum liegt bei <math>u = 4</math>.</p>
c	<p>(1) <math>h(t) = \frac{t}{3} \cdot e^{2-\frac{t}{60}} = 10 \cdot 2 \cdot \frac{t}{60} \cdot e^{2-\frac{t}{60}}</math></p> <p><math>h</math> entsteht aus <math>f</math> durch Stauchung in <math>x</math>-Richtung mit Faktor <math>\frac{1}{60}</math>, Streckung in <math>y</math>-Richtung mit Faktor 10 und Einschränkung auf <math>\mathbb{R}_0^+</math>.</p> <p>Aus <math>H(t) = -20 \cdot (t + 60) \cdot e^{2-\frac{t}{60}}, t \in \mathbb{R}_0^+</math> folgt durch Differenzieren die Behauptung.</p> <p>(2) <math>h(60) = 20e \approx 54 \quad h(225) = 75 \cdot e^{-\frac{7}{4}} \approx 13</math>  <math>\int_0^{225} h(t) dt = 300 \cdot e^{-\frac{7}{4}} \cdot (4 \cdot e^{\frac{15}{4}} - 19) \approx 7876</math></p> <p>(3) <math>\lim_{z \rightarrow \infty} \int_0^z h(t) dt = \lim_{z \rightarrow \infty} [-20 \cdot (t + 60) \cdot e^{2-\frac{t}{60}}]_0^z = \lim_{z \rightarrow \infty} (-20(z + 60) \cdot e^{2-\frac{z}{60}} + 20 \cdot 60 \cdot e^2) = 1200 \cdot e^2 \approx 8867</math></p>

<p><u>Interpretation:</u> Der Grenzwert stellt die Gesamtzahl aller Anrufe dar, wenn die Leitungen für alle Zeit offen bleiben. Diese Zahl wächst also nicht ins Unendliche, sondern hat eine obere Grenze, die Maximalzahl aller Anrufe.</p> <p><u>Beurteilung:</u> Folgende Antworten sind z. B. denkbar: „In der Realität bleiben die Leitungen nur eine begrenzte Zeit geöffnet.“, „Wenn bei unendlich offener Leitung pro Minute nur einer anruft, müsste die Maximalzahl unendlich groß sein, h ist daher ab einem bestimmten Wert als Modell nicht mehr brauchbar.“, „Die Funktionswerte von h sind reelle Zahlen, die Anzahl der Anrufe ist aber ganzzahlig.“, „Der Definitionsbereich von h ist <math>\mathbb{R}_0^+</math>, Messwerte liegen aber nur im Minutentakt vor.“</p>
--

## 6.2.2 Teilleistungen – Kriterien I. Teilaufgabe

Teil- aufga- be	Anforderung	Lösungsqualität		
		Anforderungs- bereich		
	<b>Der Prüfling</b>	<b>I</b>	<b>II</b>	<b>III</b>
Teilaufgabe I.a	1 gibt eine schlüssige Begründung dafür, dass G(f) der Graph zu f und G(g) der Graph zu g ist		3	
	2 berechnet die 1. und 2. Ableitung von f		2	
	3 berechnet die 1. Ableitung von g	2		
	4 berechnet die Lösung zu $f'(x)=0$ und überprüft ein hinreichendes Kriterium	3		
	5 berechnet die Lösung zu $g'(x)=0$ und überprüft ein hinreichendes Kriterium	2		
	6 berechnet die Funktionswerte von f bzw. g an der errechneten Stelle	2		
	7 ermittelt die Koordinaten des Hochpunktes von g und des Wendepunktes von f und gibt an, dass die beiden Punkte zusammenfallen	2		
	<b>Summe Teilaufgabe a)</b>	<b>11</b>	<b>5</b>	
	<b>Der Prüfling</b>	<b>I</b>	<b>II</b>	<b>III</b>
Teilaufgabe I.b	1 beschreibt einen Lösungsansatz zur Flächenberechnung		3	
	2 stellt den Term A(u) für die Flächenberechnung auf		2	
	3 berechnet die Ableitung A'(u)	2		
	4 löst die Gleichung A'(u)=0, indem er sie zurückführt auf eine Gleichung dritten Grades (ohne absolutes Glied)		3	
	5 untersucht ein hinreichendes Kriterium für die einzige in Frage kommende Lösung u=4 und gibt die gesuchte Extremstelle u = 4 an		4	
	Der gewählte Lösungsansatz und -weg muss nicht identisch mit dem der Musterlösung sein. Sachlich richtige Alternativen werden an dieser Stelle mit entsprechender Punktzahl bewertet.			
	<b>Summe Teilaufgabe b)</b>	<b>2</b>	<b>12</b>	<b>0</b>
	<b>Der Prüfling</b>	<b>I</b>	<b>II</b>	<b>III</b>